

# 大学物理下期末复习

## 振动

1. 加速度 $a$ 和位移大小 $x$ 成正比, 且方向相反的运动称为简谐振动,  $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

该微分方程的解为 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ , 求导得

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi), a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

2. 弹簧振子 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}, v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ , 其中 $T$ 与 $v$ 只与振动系统本身得物理性质有关, 这种只与振动系统本身固有属性所决定的周期和频率称为固有周期和固有频率.
3. 限定 $|\Delta\varphi| \leq \pi$ , 当 $\Delta\phi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时, 称 $x_2$ 振动超前于 $x_1$ 振动 $\Delta\varphi$ .  
若 $\Delta\varphi = 2k\pi$ , 称两振动同相, 若 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ , 称两振动反相.

4. 单摆与复摆

1. 单摆 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .

2. 复摆 $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$ .

3. 力矩 $M = \mathbf{F} \times \mathbf{r}$ , 转动动能 $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$ , 角动量 $L = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$

4. 转动定律 $M = J\alpha$ , 质点角动量定理 $\int_{t_1}^{t_2} M dt = L_2 - L_1$ , 角动量守恒 $L = C, M = 0$ .

刚体角动量 $L = J\omega$ , 刚体角动量定理 $\int_{t_1}^{t_2} M dt = J_2\omega_2 - J_1\omega_1$ , 转动动能定理

$$W = \frac{1}{2}J(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

5. 细棒(中心):  $J = \frac{ml^2}{12}$ , 球体 $J = \frac{2mR^2}{5}$ , 细棒(一端) $J = \frac{ml^2}{3}$

5. 弹簧振子简谐振动总能量 $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$ , 即总能量与振幅的二次方成正比.

6. 常用公式:  $a = -\omega^2 x, \omega^2 = \frac{k}{m}, a_{max} = A\omega^2$

7. 两同方向同频率简谐振动的合成

可用旋转矢量法求得, 也可直接利用辅助角合成.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi), \text{其中}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\varphi = \arctan \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

8. 两个相互垂直的同频率的简谐振动的合成

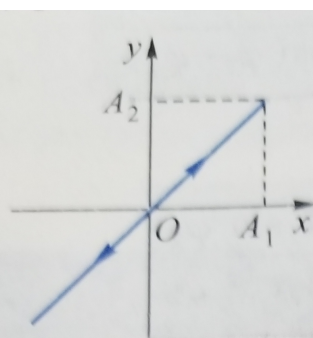
$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \text{消去} t, \text{可得合振动的轨迹方程:}$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

若相位差  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$ , 则上式变为  $y = \frac{A_2}{A_1} x$

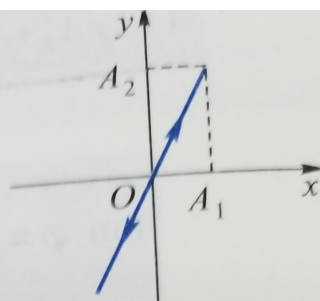
若相位差  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ , 则上式变为  $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$

若相位差  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ , 则轨迹变为斜椭圆



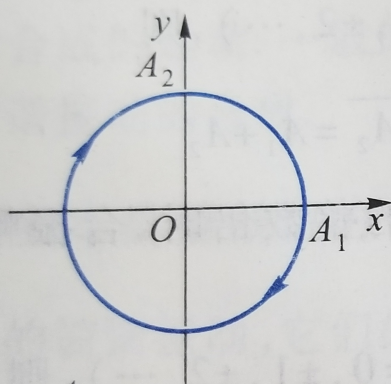
$$\frac{A_2}{A_1} = 1, \varphi_2 - \varphi_1 = 0$$

(a)



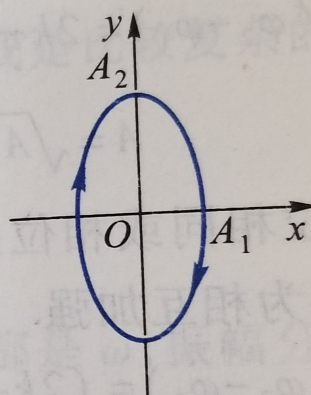
$$\frac{A_2}{A_1} = 2, \varphi_2 - \varphi_1 = 0$$

(b)



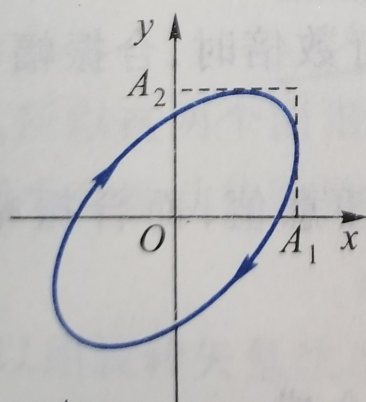
$$\frac{A_2}{A_1} = 1, \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

(c)



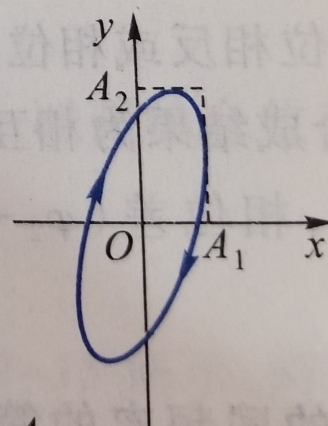
$$\frac{A_2}{A_1} = 2, \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

(d)



$$\frac{A_2}{A_1} = 1, \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

(e)



$$\frac{A_2}{A_1} = 2, \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

(f)



9. 两个同方向不同频率简谐振动的合成, 仅考虑  $|v_2 - v_1| \ll (v_2 + v_1)$  的情况.

把频率较大而频率之差很小的两个同方向简谐振动的合成时, 其合振动的振幅时而加强时而减弱的现象叫做拍.

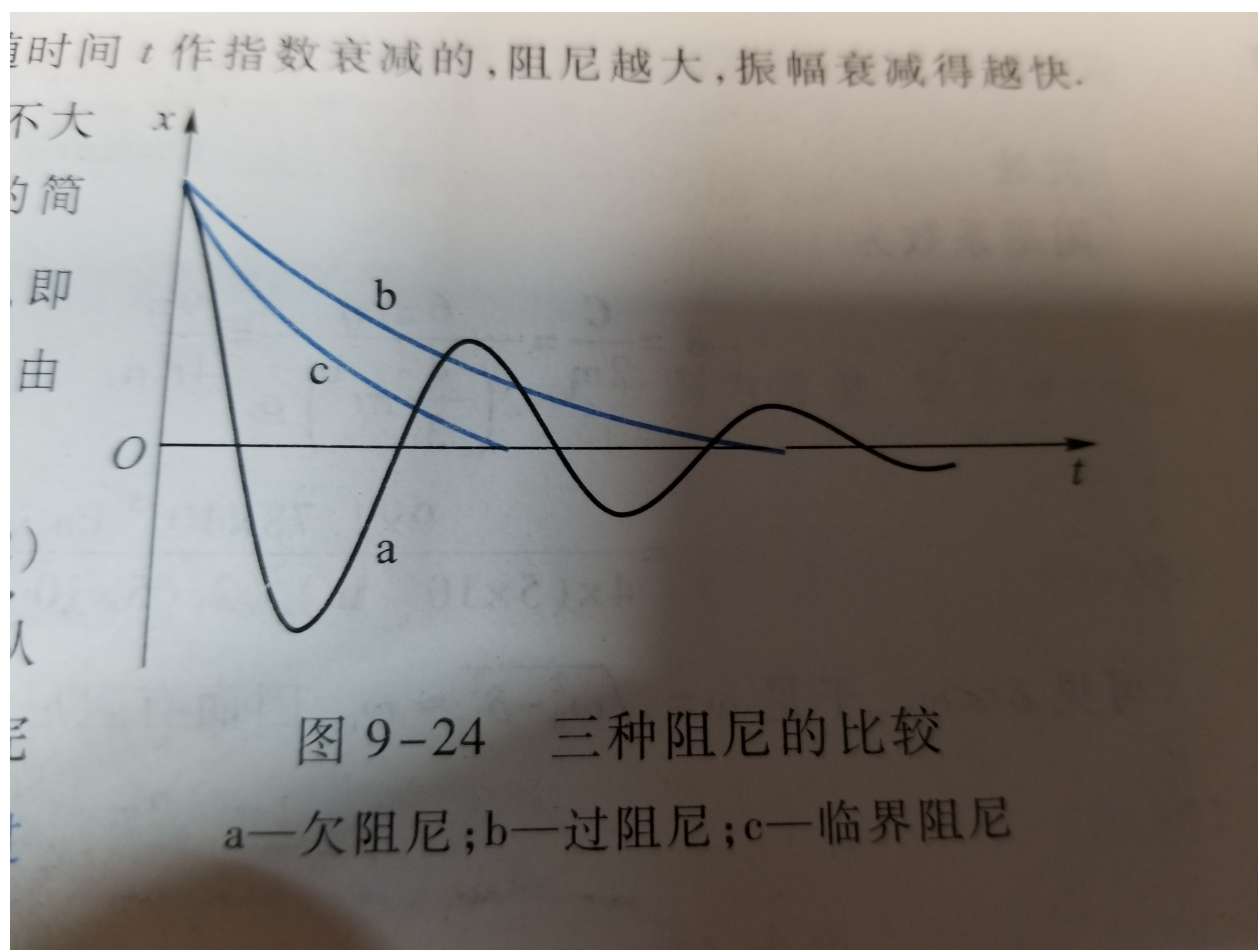
合振幅变化的周期  $T = 1/(v_2 - v_1)$ , 即拍频  $\nu = v_2 - v_1$ .

10. \* 实验指出, 当物体以不太大的速率在黏性的介质中运动时, 物体受到的阻力与其运动的速率成正比, 即

$F_r = -Cv$ , 根据牛顿第二定律, 有  $m \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + kx = 0$ , 令  $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ ,  $\frac{C}{m} = 2\delta$ , 其中  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  称为振动系统的固有角频率,  $\delta = \frac{C}{2m}$  叫做阻尼系数. 该方程在阻尼系数较小时的解为

$$x = Ae^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

欠阻尼、过阻尼、临界阻尼曲线区别:



11. \* 受迫振动由阻尼振动  $A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$  和  $A \cos(\omega_p t + \varphi')$  合成, 即  $x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) + A \cos(\omega_p t + \varphi')$ , 受迫振动经过不太长的时间就因阻尼振动衰减到忽略不计而变为简谐振动, 其中  $\omega_p$  为驱动力的角频率.

12. \* 驱动力的角频率为某一定值时, 受迫振动的振幅达到极大的现象叫做共振, 其共振角频率

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ 当 } (\omega_0^2 - 2\delta^2 - \omega_p^2 = 0) \text{ 时成立, 此时共振振幅 } A_r = \frac{f}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

## 波动

1. 机械振动在弹性介质(固液气)内传播就形成了机械波. 质元振动方向与波的传播方向相垂直的波叫做横波, 质元振动方向与波的传播方向平行的波叫做纵波.

$$2. u = \frac{\lambda}{T}, u = \lambda v$$

3. 理论和实验都证明, 固体内横波和纵波的传播速度 $u$ 分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \sqrt{\frac{G}{\rho}} (\text{横波}) \\ u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} (\text{纵波}) \end{array} \right.$$

其中 $G, E, \rho$ 分别为固体的切变模量, 弹性模量和密度.

在液体和气体内, 纵波的传播速度为 $u = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ , 其中 $K$ 为体积模量.

4. 沿波的传播方向画的带箭头的线叫做波线, 各同向性的介质中, 波线与波面垂直.

把不同波线上相位相同的点所连成的曲面叫做波面或同相面.

在任意时刻, 只有一个波前(波阵面).

5. 在均匀、无吸收的介质中, 当波源作简谐振动时, 在介质中所形成的波叫做平面简谐波.

6. 平面简谐波的波动方程:  $y_p = A \cos \omega(t - \frac{x}{u}) = A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = A \cos(\omega t - kx)$ , 其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 称为角波数.

7. 若沿 $Ox$ 轴正向传播的一列波上的距离 $O$ 点 $x_0$ 个单位的点 $Q$ 的振动规律为 $y_Q = A \cos(\omega t + \varphi)$ , 则相应的波函数为:

$$y = A \cos[\omega(t - \frac{x - x_0}{u}) + \varphi]$$

8. 波的传播就是相位的传播, 也是振动形式的传播, 波速 $u$ 或波形向前传播的速度, 因此也称为相速. 总之当 $t, x$ 都变化时, 波函数就描述了波的传播过程, 所以这种波称作行波. 行波相速可以写成 $u = \lambda v = \frac{2\pi v}{2\pi/\lambda} = \frac{v}{k}$

9. 通常在不需要明确谁的相位超前或落后时, 相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$ .

10. 波动的过程是能量传播的过程, 介质各质元具有动能, 同时介质因发生形变还具有势能

$$11. dW_p = dW_k = \frac{1}{2}(\rho dv) A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u}), dW = (\rho dv) A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u}).$$

12. 能量密度 $w = \frac{dW}{dv} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$ , 随时间 $t$ 变化而变化, 在一个周期内的平均值称为平均能量密度 $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$ .

13. 体积元的动能和势能具有相同的步调, 在平衡位置处, 动能和势能都达到最大值, 而在最大位移处都为零. 这与单个质点的简谐振动不同, 动能、势能步调相反.

体积元的机械能不是常量, 不守恒, 但一个周期内的平均能量密度是常量, 平均来说, 介质中无能量积累.

14. 单位时间内垂直通过某一面积的能量, 叫做通过该面积的能流密度, 用 $P$ 表示, 在介质内取垂直于波速 $u$ 的面积 $S$ , 即有 $P = wuS$ , 显然 $P$ 与 $w$ 一致, 随时间周期变化, 一周期内有平均能流 $\bar{P} = \bar{w}uS$ , 能流的单位为 $W$ (瓦特), 故也称波的功率.

垂直通过单位面积的平均能流, 叫做能流密度,  $I = \frac{\bar{P}}{S} = \bar{w}u = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u$ , 能流密度越大波动越强烈, 故又称波的强度, 单位 $W \cdot m^{-2}$ (与振幅的平方成正比).

15. 惠更斯原理(了解): 介质中波动传播到的各点都可以看作发射子波的波源, 而在其后的任意时刻, 这些子波的包络就是新的波前.

波在传播过程中遇到障碍物时, 能够绕过障碍物的边缘, 在障碍物的几何阴影区内继续传播的现象叫做波的衍射(了解).

16. 波的传播是独立进行的, 波的叠加原理:(只适用于小振幅波动的线性叠加)

几列波相遇后, 仍然保持它们各自原有的特征(频率、波长、振幅、振动方向等)不变, 并按照原来的方向继续前进, 好像没有遇到过其他波一样. 在相遇区域内任一点的振动, 为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和.

17. 波的干涉: 频率相同、振动方向平行、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时, 某些地方振动始终加强, 某些地方振动始终减弱.

干涉现象与衍射现象都作为判别某种运动是否具有波动性的主要依据.

在满足  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda} = 2k\pi, k \in Z$  的空间各点, 合振幅最大, 为  $A = A_1 + A_2$ .

在满足  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda} = (2k+1)\pi, k \in Z$  的空间各点, 合振幅最小, 为  $A = |A_1 - A_2|$ .

两相干波在空间任一点相遇时, 其干涉加强和减弱的条件, 除了两波源的初相差之外, 只取决于该点至两相干波源间的波程差. 当然, 必须是两相干波源, 否则不会发生干涉现象.

18. 驻波是由振幅、频率和传播速度都相同的两列相干波在同一直线上沿相反方向传播时叠加而成的一种特殊形式的干涉现象.

两波动方程为  $y_1 = A \cos 2\pi(vt - \frac{x}{\lambda}), y_2 = A \cos 2\pi(vt + \frac{x}{\lambda})$  的波产生的驻波方程为  $y = 2A \cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \cos 2\pi vt$ .

该方程不满足行波方程条件  $y(x+u\Delta t, t+\Delta t) = y(x, t)$ , 故称为驻波方程. 振幅为  $2A \cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$  只与  $x$  有关.

波节: 振幅为零的点,  $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}, k \in Z$ . 相邻波节的距离为半波长  $\frac{\lambda}{2}$ .

波腹: 振幅最大的点,  $x = k\frac{\lambda}{2}, k \in Z$ . 相邻波腹间的距离为半波长  $\frac{\lambda}{2}$ .

19. 弦线上各点的相位与  $\cos(2\pi x/\lambda)$  的正负有关, 其值为正的各点相位均为  $2\pi vt$ , 为负的点相位为  $2\pi vt + \pi$ .

波节两边的点,  $\cos(2\pi x/\lambda)$  有相反的符号, 因此波节两边的相位相反.

两波节间,  $\cos(2\pi x/\lambda)$  具有相同的符号.

20. 如果波是在自由端反射的, 则反射处是波腹.

定义波阻为  $\rho u$ , 将  $\rho u$  较大的介质称为波密介质, 将  $\rho u$  较小的介质称为波疏介质.

波从波疏介质垂直入射到波密介质, 被反射回波疏介质时, 在反射处形成波节; 反之, 形成波腹.

在两介质的分界面上若形成波节, 说明入射波与反射波在分界处的相位时时相反, 即反射波在分界处的相位较入射波跃变了  $\pi$ , 相当于出现了半个波长的波程差, 这种现象通常称为相位跃变  $\pi$  或半波损失.

21. 驻波的能量(了解): 弦线上各质点达到各自最大位移时, 驻波的能量具有势能的形势, 且基本集中于波节; 当弦线上各质点形变完全消失, 势能为零, 但各质点的振动速度达到各自的最大值, 且波腹处的质点速度最大, 驻波的能量具有动能的形式.

22. 只有当波线长度  $l$  等于半波长的整数倍时, 即  $l = n\frac{\lambda_n}{2}, n \in Z^+$  才能在两端固定的弦线上形成驻波.

利用  $v = \frac{u}{\lambda}$ , 可以得出弦线驻波的频率应满足  $v_n = n\frac{u}{2l}, n \in Z^+$ , 其中每一频率对应于整个弦线的一种可能的振动方式, 而这些频率就叫做弦振动的本征频率(简正频率). 由上式决定的各种振动方式, 统称为弦线振动的简正模式.

最低频率  $v_1$  称为基频,  $v_n$  称为  $n$  次谐频. (音乐中称泛频)

23. 一端开口一端封闭的玻璃管形成驻波时, 封闭端为波节, 开口端为波腹. 基频为  $v_1 = \frac{u}{4l}$ , 其中  $l$  管长, 谐频为奇数倍.

24. 多普勒效应的三个不能混淆的基础概念

1. 波源的频率  $v$ , 是波源在单位时间内振动的次数, 或在单位时间内发出完整的波数.

2. 观察者接收到的频率  $v'$ , 是观察者在单位时间内接收到的振动次数或完整波数.

3. 波的频率  $v_b$ , 是介质内质点在单位时间内振动的次数, 或单位时间内通过介质中某点的完整次数.

1. 波源不动, 观察者相对介质以速度 $v_0$ 运动,  $v' = \frac{u \pm v_0}{u} v$ . (+靠近-远离)
2. 观察者不动, 波源相对于介质以速度 $v_s$ 运动,  $v' = \frac{u}{u \pm v_s} v$  (-靠近+远离) (注意此时介质中的波长将会发生变化)
3. 波源与观察者同时相对介质运动,  $v' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_s} v$ .

定性的说, 靠近频率增大, 远离频率降低。

## 光学

1. 对于光波来说, 振动的是电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ , 其中能引起人眼视觉或底片感光的是 $\mathbf{E}$ , 通常称为光矢量.

若两束光的光矢量满足相干条件, 则他们是相干光, 相应的光源叫相干光源.

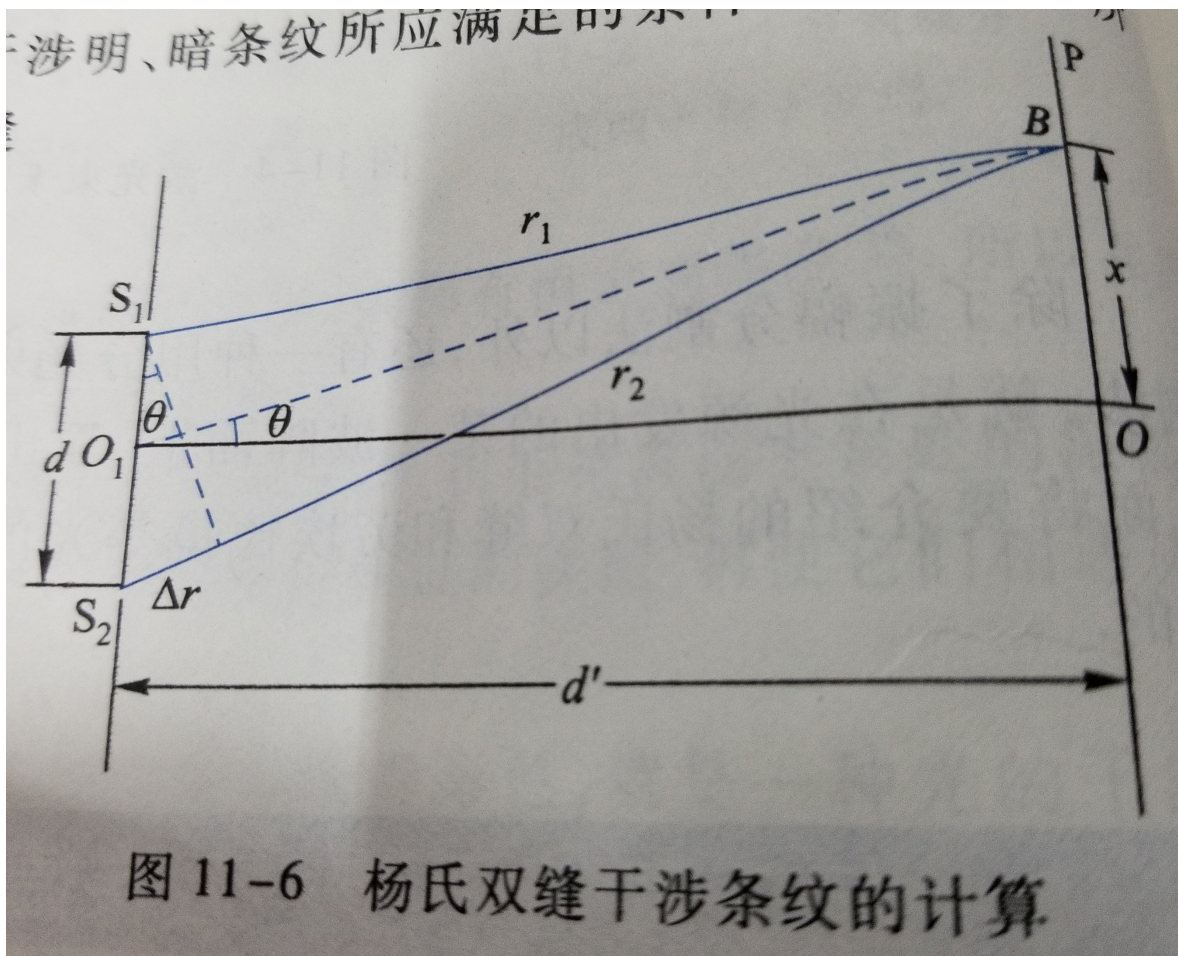
2. 如何获得相干光: 振幅分割法, 原理是利用反射、折射把波面上某处的振幅分成两部分, 亦即将入射波的能量分成反射波和折射波的能量, 再使它们相遇从而产生干涉现象.

波阵面分割法: 在光源发出的某一波阵面上, 取出两部分面元作为相关光源的方法.

3. 杨氏双缝干涉

1. 杨氏双缝干涉实验是最早利用单一光源形成两束相干光, 从而获得干涉现象的典型实验.

2.



波程差  $\Delta r = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$ .

若  $d \sin \theta = k\lambda$ ,  $k \in Z$ , 即  $d \frac{x}{d'} = k\lambda$ ,  $k \in Z$ , 则距离O点 $x$ 处的点为明条纹中心.

若  $d \sin \theta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,  $k \in Z$ , 则距离O点 $x$ 处的点为暗条纹中心.

明纹、暗纹间距离  $\Delta x = \frac{d'}{d} \lambda$ . 第 $k$ 级明纹中心的坐标  $x_k = \frac{d'}{d} k\lambda$ .



两束相干光在同一种介质中传播, 则相位差  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$ .

4. 频率为  $\nu$  的单色光, 在真空中的波长为  $\lambda$ , 速度为  $c$ , 在折射率为  $n$  的介质中传播时, 传播速度为  $v = \frac{c}{n}$ , 波长  $\lambda_n = Tv = v/\nu = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda}{n}$ . 波行进一个波长的距离, 相位变化  $2\pi$ , 则光波在该介质中传播的几何路程为  $L$  时, 相位的变化为  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{L}{\lambda_n} = 2\pi \frac{nL}{\lambda}$ . 该式表明, 光波在介质中传播时, 其相位的变化不仅与光波传播的几何路程和真空中的波长有关, 而且还与介质的折射率有关. 把折射率  $n$  和几何路程  $L$  的乘积  $nL$  称为光程. 设光程差为  $\Delta$ , 则:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

当  $\Delta = k\lambda$  时, 有  $\Delta\varphi = 2k\pi$ , 干涉最强.

当  $\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  时, 有  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ , 干涉最弱.

5. 光学中的波动损失: 光从光速较大(折射率较小)的介质射向光速较小(折射率较大)的介质时, 反射光的相位较之入射光的相位跃变了  $\pi$ .
6. 薄膜干涉

$$\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, & k = 1, 2, \dots \text{(加强)} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k = 0, 1, 2, \dots \text{(减弱)} \end{cases}$$

$$\text{透射光波程差 } \Delta_t = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}.$$

可见反射光的干涉相互加强时, 透射光的干涉相互减弱.

使用透镜并不引起附加的波程差, 透射光在介质内的两次反射不影响附加波程差.

能减少反射光强度而增加透射光强度的薄膜称为增透膜( $\Delta_r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ), 反之称为增反膜.

7. 劈尖干涉明纹条件  $2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots$ .

劈尖干涉暗纹条件  $2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, 2, \dots$ .

棱边处  $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ , 为暗条纹. 若劈尖长度  $L$ , 光在真空中的波长  $\lambda$ , 劈尖介质折射率  $n$ , 相邻明纹距离  $b$ , 得  $D = \frac{\lambda}{2nb} L$ .

8. 牛顿环明环半径  $r = \sqrt{(k - \frac{1}{2})R\lambda}, k = 1, 2, \dots$ , 暗环半径:  $r = \sqrt{kR\lambda}, k = 0, 1, 2, \dots$ . 中心总是暗纹.
9. 迈克尔逊干涉:

1. 当  $M_1$  与  $M_2$  不严格垂直, 则每当  $M_1$  向前或向后移动  $\frac{\lambda}{2}$  时, 干涉条纹平移过一条. 即  $\Delta d = \Delta n \frac{\lambda}{2}$ .
2. 当  $M_1$  与  $M_2$  严格垂直, 干涉条纹是圆环形的等倾条纹.

10. 惠更斯-菲涅尔原理: 同一波面上各点发出的子波是相干波, 在传播到空间某一点时, 各子波进行相干叠加的结果, 决定了该处的波振幅.

球面子波在点  $P$  的振幅正比于面元的面积  $dS$ , 反比于面元到点  $P$  的距离  $r$ ,  $\mathbf{r}, \mathbf{e}_n$  夹角越大振幅越小,  $\geq \frac{\pi}{2}$  时振幅为 0.

11. 单缝衍射

当衍射角  $\theta$  满足  $b \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, k = 1, 2, \dots$ , 暗条纹.

当衍射角  $\theta$  满足  $b \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots$ , 明条纹.

上述两式均不满足中心明条纹的情况.

中央明纹宽度  $\Delta x_0 = 2x_1 = \frac{2\lambda f}{b}$ , 其他任意两相邻暗纹中心距离(即其他明纹的宽度)  $\Delta x = \frac{\lambda f}{b}$ .

12. 若艾里斑的直径为  $d$ , 透镜的焦距为  $f$ , 圆孔的直径为  $D$ , 单色光波长  $\lambda$ , 则艾里斑对透镜光心的张角  $2\theta = \frac{d}{f} = 2.44 \frac{\lambda}{D}$ .

瑞利判据: 两点光源  $S_1, S_2$  的距离恰好使两个艾里斑中心距离等于每一个艾里斑的半径, 这时两衍射图样重叠部分的中心处的光强, 约为单个衍射图样的中央最大光强的80%.

该情况下,  $S_1, S_2$  对透镜光心的张角  $\theta_0$  叫做最小分辨角, 即  $\theta_0 = \frac{1.22\lambda}{D}$ , 其倒数称为分辨本领.

13. 衍射现象: 在传播中若遇到尺寸比光的波长大得不多的障碍物时, 它就不再遵循直线传播而传到障碍物的阴影区并形成明暗变化的光强分布.(分布参考惠更斯-菲涅尔原理)
14. 光照同方向观察为反射光栅, 异方向观察为透射光栅.

光栅方程  $(b + b') \sin \theta = k\lambda, k \in Z$ , 其中  $b$  为透光宽度,  $b'$  为不透光宽度.  $k = 0$  为中央明纹.

光栅常数  $b + b'$  越小, 衍射角越大, 两级明纹衍射角差值越大, 则明条纹间隔越大.(光栅常数:  $10^{-6} \sim 10^{-5}$ )

光栅衍射暗纹条件  $(b + b') \sin \theta = \pm \frac{k'}{N} \lambda$ , 其中

$k' = 1, 2, \dots, (N - 1), (N + 1), \dots, (2N - 1), (2N + 1), \dots$  其中  $N$  为狭缝的个数.

由上知相邻的两(主)明纹之间有  $N - 1$  个暗纹, 每两个暗纹间又有一次明纹, 共  $N - 2$  个.

缺级条件(考虑单缝衍射):

$$\begin{aligned}(b + b') \sin \theta &= k\lambda, k \in Z \\ b \sin \theta &= \pm k' \lambda, k' = 1, 2, \dots \\ \Rightarrow \frac{b + b'}{b} &= \frac{k}{k'}\end{aligned}$$

$K$  级主亮纹到屏中央的距离  $x = \pm \frac{kf\lambda}{b + b'}, k \in Z$  (用  $\tan \theta = \frac{k}{f}$  代替  $\sin \theta$ )

重要例题: P139 例2

15. 两反射光干涉加强的条件为  $2d \sin \theta = k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$  (布拉格公式)(掠射角  $\theta$  为X射线方向与原子层平面之间的夹角)
16. 双折射现象是一种偏振现象, 光的偏振现象有力地证明了光是横波的论断.

自然光经反射、折射或吸收后, 可能只保留某一方向的光振动. 振动只在某一固定方向上的光, 叫做线偏振光, 简称偏振光.

某些物质能吸收某一方向的光振动, 而只让与这个方向垂直的光振动通过的性质称为二向色性, 将具有该性质的材料敷于偏振片上, 就成为偏振片. 使自然光成为线偏振光的装置叫做起偏器.

17. 马吕斯定律

如果入射线偏振光的光强为  $I_0$ , 透过检偏器后, 透射光的强度为  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ , 其中  $\alpha$  为线偏振光的振动方向与检偏器的透光轴方向之间的夹角.

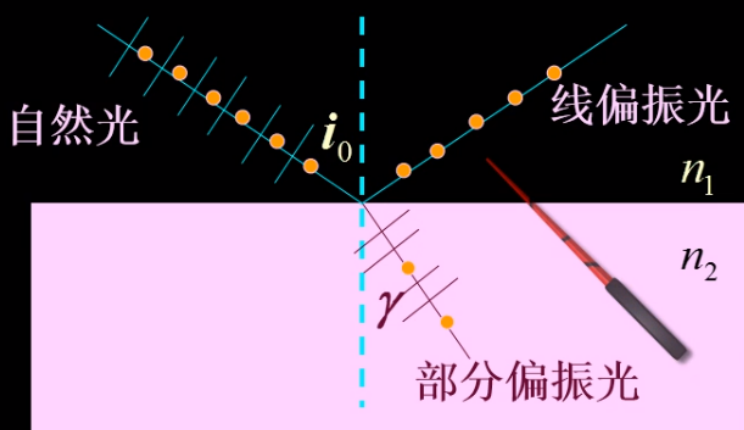
18. 反射和折射过程会使入射的自然光一定程度的偏振化.(自然光  $\rightarrow$  部分偏振光)

反射光的偏振化程度和入射角有关, 当入射角等于某一特定值  $i_0$  且满足  $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$  (布儒斯特定律), 这时反射光成为线偏振光.

反射光的偏振化程度和入射角有关，当入射角等于某一特定值 $i_0$ 且满足

$$\operatorname{tg} i_0 = \frac{n_2}{n_1} \longrightarrow \text{布儒斯特定律}$$

这时反射光成为线偏振光。



$i_0$  — 起偏振角  
布儒斯特角

$$i_0 + \gamma = \frac{\pi}{2}$$

检偏器在旋转 $360^\circ$ 的过程中，出现两次最亮，两次消光 $\Rightarrow$ 线偏振光，只剩下垂直分量。折射部分：平行 $>$ 垂直  
利用玻璃片堆产生近似线偏振光。

19. 双折射，晶片厚度为 $d$ 。

$$d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}, \text{称为} \frac{1}{4} \text{波片.}$$

$$d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)}, \text{称为} \frac{1}{2} \text{波片.}$$

## 气体动

1. 气体的体积、压强、温度三个物理量叫做气体的物态参量，均是宏观量。组成气体的分子都具有质量、速度、动能、能量等微观量。
2. 理想气体物态方程： $pV = NkT = \nu RT = \frac{m'}{M} RT$ ，其中 $N$ 为体积 $V$ 中的气体分子数， $k$ 为玻尔兹曼常量， $\nu = \frac{N}{N_A}$ 为物质的量， $R = N_A k = 8.314 J \cdot \text{mol}^{-1} \cdot K^{-1}$ 为摩尔气体常量，将 $\frac{N}{V} = n$ 叫做气体的分子数密度，则 $p = nkT$ 。
3. 热力学第零定律：如果物体A和B分别与处于确定状态的物体C处于热平衡状态，那么A与B也就处于热平衡状态。
4. 理想气体压强公式 $p = \frac{1}{3} nm \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n(\frac{1}{2} m \bar{v}^2) = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_k = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$ ，其中 $n$ 为分子数密度， $m$ 为质量， $\rho = nm$ 为气体密度。
5. 由 $p = nkT = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_k$ 得 $\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$ 。  
温度是分子平均平动动能得量度，温度是大量分子的集体表现，在同一温度下各种气体分子平均平动动能均相等。
6. 热运动与宏观运动的区别：温度所反映的是分子的无规则运动，它和物体的整体运动无关，物体的整体运动是其中所有分子的一种有规则运动的表现。

$$\text{方均根速率 } v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

7. 分子能量中独立的速度和坐标二次方项数目叫做分子能量自由度的数目, 简称自由度, 用*i*表示.

| 8. 分子类型                 | 单原子                       | 刚性双原子                           | 刚性三原子                              |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 自由度 <i>i</i>            | 3                         | 5                               | 6(非线性), 5(线性)                      |
| 分子平均能量 $\bar{\epsilon}$ | $3 \times \frac{1}{2} kT$ | $5 \times \frac{1}{2} kT$       | $6 \times \frac{1}{2} kT$          |
| 1mol理想气体内能 $E_m$        | $\frac{3}{2} RT$          | $\frac{5}{2} RT$                | $3RT$                              |
| 代表气体                    | He, Ne, Ar                | O <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> | CO <sub>2</sub> , H <sub>2</sub> O |

9. 把 $f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$  (不用记) 叫做速率分布函数, 于是有 $\frac{dN}{N} = f(v)$ , 其物理意义为:

在速率*v*附近处于速率区间*dv*的分子数*dN*与总分子数*N*的比值, 表示*N*个分子处在速率*v* ~ *v* + *dv*区间内的概率.

于是速率分布函数的物理意义又可表述为气体分子的速率处于*v*附近单位速率区间的概率, 也叫概率密度.

10.  $f(v)$ 极大值点叫做最概然速率*v<sub>p</sub>*, 即 $\left.\frac{df(v)}{dv}\right|_{v=v_p} = 0$ , 可得 $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

若一定量气体得分子数为*N*, 则所有分子速率得平均值叫做平均速率

$$\bar{v} = \frac{\int_0^\infty v dN}{N} = \int_0^\infty v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

$$\text{方均根速率 } v_{rms} = \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

11. 重力场中气体分子的数密度随高度的增加按指数规律减小; 分子质量*m*越大, 分子数密度减小得越迅速. 温度较高的气体, 减小较为缓慢.

重力场中的等温气压公式 $p = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$ , 式中*p*<sub>0</sub>, *p*分别表示*z* = 0, *z* = *z*处大气的压强

12. 平均碰撞频率 $\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n$ , 表明平均碰撞频率 $\bar{Z}$ 与分子数密度*n*、分子平均速率 $\bar{v}$ 成正比, 也与分子直径*d*平方成正比.

平均自由程 $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$ 与分子碰撞截面、分子数密度成反比, 与分子平均速率无关. 也表示当气体温度给定时, 气体的压强越大(气体越密集), 分子的平均自由程越短, 反之若气体压强越小(稀疏), 平均自由程越长.

## 热学

1. 如果系统在始末两平衡状态之间所经历的过程是无限缓慢的, 以致使系统所经历的每一中间态都可近似地看成是平衡态, 那么系统的这个状态的变化过程称为准静态过程.

2. 气体所作的功 $dW = p dV$ , 即 $W = \int_{V_A}^{V_B} p dV$ , 等于*p* - *V*图上过程曲线下方的面积.

当气体膨胀时, 对外界做正功; 当气体压缩时, 对外做负功.

系统所做的功不仅与系统的始末状态有关, 而且还与路径有关, 所以说功不是状态的函数, 而是一个过程量.

3. 系统与外界之间由于存在温度差而传递的能量叫做热量, 用*Q*表示, 也是过程量.

4. 系统处于某状态而具有的能量叫做系统的内能, 用*E*表示.



设系统在初始状态时的内能为 $E_0$ , 当外界向它传递热量和做对它做功后, 系统达到的内能为 $E$ , 则由能量守恒:

$$E - E_0 = Q + W^{ex}$$

表明系统内能的增量等于外界向系统传递的热量与外界对系统做功之和, 若 $W$ 表示系统对外界做的功, 那么 $W = -W^{ex}$

$$Q = W + E - E_0 = W + \Delta E$$

表明 系统从外界吸收的热量, 一部分用于系统对外做功, 另一部分用来增加系统的内能, 这就是热力学第一定律.

微观表达式: $dQ = dW + dE$ .

需要规定 $Q > 0$ 表示系统从外界吸收热量,  $W > 0$ 表示系统对外界做正功,  $\Delta E > 0$ 表示系统内能增加.

5. 系统内能的增量只与系统的起始与终了状态有关, 与系统所经历的过程无关, 它是系统状态的单值函数.

6. 理论基础(三大公式)

$$\begin{aligned} pV &= \nu RT \\ dQ &= dE + pdV \\ Q &= \Delta E + \int_{V_1}^{V_2} pdV \\ E &= E(T) \end{aligned}$$

7. 等体过程 摩尔定体热容

$V$ 为常量, 则 $dV = 0, dW = 0$ . 由热力学第一定律 $dQ_V = dE$ .

定义摩尔定体热容 $C_{V,m} = \frac{dQ_V}{dT} (J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1})$ . 则 $dQ_V = dE = \nu C_{V,m} dT$ ,  
 $Q_V = \nu C_{V,m} (T_2 - T_1) = E_2 - E_1$ .

等体升压: 吸收热量, 内能增大. 等体降压: 释放热量, 内能减小.

$$C_{V,m} = \frac{i}{2} R.$$

8. 等压过程 摩尔定容热容

$p$ 为常量,  $W = p(V_2 - V_1)$ , 由热力学第一定律 $dQ_p = dE + dW$ .

定义摩尔定体热容 $C_{p,m} = \frac{dQ_p}{dT}$ . 则 $dQ_p = C_{p,m} dT = dE + pdV$ , 又 $dE = C_{V,m} dT, pdV = RdT$ , 得摩尔定压热容与定体热容关系:  $C_{p,m} = C_{V,m} + R$ , 摩尔热容比 $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$ .

等压膨胀: 吸收热量, 对外做功; 等压压缩: 放出热量, 外界做功.

$$C_{p,m} = \frac{i+2}{2} R.$$

9. 热容 $C = \frac{dQ}{dT}$ , 比热容 $c = \frac{dQ}{m'dT} = \frac{C}{m'}$ .

10. 等温过程

$T$ 为常量,  $dE = 0$ , 由热力学第一定律 $dQ_T = dW = pdV$ , 即

$$Q_T = W = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

等温膨胀, 吸收热量, 对外做功; 等温压缩, 外界做功, 放出热量.

11. 绝热过程

$dQ = 0$ , 由热力学第一定律 $dW + dE = 0, dW = -dE$ , 则 $dE = \nu C_{V,m} dT$ .

$$\text{做功 } W_a = \int pdV = -\nu C_{V,m} (T_2 - T_1) = \nu C_{V,m} (T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1}.$$

绝热膨胀: 对外做功; 绝热压缩: 外界做功

## 12. 绝热方程

$$pV^\gamma = \text{Constant1}$$

$$V^{\gamma-1}T = \text{Constant2}$$

$$p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \text{Constant3}$$

13. 等温线A点斜率  $\frac{dp}{dV} = -\frac{p_A}{V_A}$ , 绝热线A点斜率  $\frac{dp}{dV} = -\gamma\frac{p_A}{V_A}$ , 故绝热线斜率大于等温线斜率.

14. 在任何一个循环过程中, 系统做的净功都等于  $p - V$  图上所示循环包围的面积.

系统经历一个循环过程之后, 它的内能没有改变.

15. 工作物质作正循环( $p - V$ 图上顺时针方向循环)的机器叫做热机(如蒸汽机、内燃机), 反之称为制冷机(热泵).

热机持续地把热量转变为功, 通常把  $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$  称为热机效率.

制冷机制冷效率:  $e = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$ .

16. 卡诺正循环: 等温膨胀、绝热膨胀、等温压缩、绝热压缩.

卡诺热机效率  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ . (效率与工作物质无关, 只与两个热源地温度有关.)

卡诺制冷机系数  $e = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ .

## 17. 热力学第二定律

- 开尔文表述: 不可能制造出这样一种循环工作的热机, 它只是使单一热源冷却来做功, 而不放出热量给其他物体, 或者说不使外界发生任何变化.
- 克劳修斯表述: 不可能把热量从低温物体自动传到高温物体而不引起外界的变化.
- 熵表述: 一切自发过程总是向着熵增加的方向进行.
- 实质: 自然界一切与热现象有关的实际宏观过程都是不可逆的.

## 18. 卡诺定理

- 在相同高温热源和低温热源之间工作的任意工作物质的可逆机都具有相同的效率.
- 工作在相同的高温热源和低温热源之间的一切不可逆机的效率都不可能大于可逆机的效率.
- $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ , 不可逆机取  $<$ , 可逆机取  $=$ .
- 注意: 卡诺热机是可逆机, 但实际的循环是不可逆循环, 实际热机都是不可逆机.

19. 准静态无摩擦过程为可逆过程, 但是准静态过程不一定是可逆过程.

20. 对任一可逆循环过程, 热温比之和为零. (任意的可逆循环可视为多个可逆卡诺循环所组成)

21. 在可逆过程中, 系统从状态A变化到状态B, 其热温比的积分只决定于初末状态而与过程无关. 可知热温比的积分是一态函数的增量, 此态函数称为熵(符号为  $S$ ). 单位为  $J/K$

热力学系统从初态A变化到末态B, 系统熵的增量等于初态A和末态B之间任意一可逆过程热温比  $\frac{dQ}{T}$  的积分.

可逆过程  $S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$ , 无限小可逆过程  $dS = \frac{dQ}{T}$ .

熵是态函数, 与过程无关, 因此可在两平衡态之间假设任一可逆过程, 从而可计算熵变. 系统熵变为几部分熵变之和.

22. 熵增加原理: 孤立系统中的熵永不减少.  $\Delta S \geq 0$  (当且仅当孤立系统可逆取  $=$ ).

条件: 孤立系统或绝热过程, 应用: 给出自发过程进行方向的判据.

23. 玻尔兹曼关系式:  $S = k \ln W$ . 即  $\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln \frac{W_2}{W_1}$ , 上式表明: 孤立系统熵增加的过程是热力学概率增大的过程, 是系统从非平衡态趋于平衡态的过程, 是系统的无序度加大的过程, 是一个宏观的不可逆过程.

# 量子物理

1. 斯特藩-玻尔兹曼定律:  $M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda = \sigma T^4$ .
2. 维恩位移定律:  $\lambda_m T = b$ . 其中  $\lambda_m$  为峰值波长. 该式表明: 当黑体的热力学温度升高时, 在  $M_\lambda(T) - \lambda$  曲线上, 单色辐出度的极大值点  $\lambda_m$  向短波方向移动.
3. 普朗克假设: 金属空腔壁中电子的振动可视为一维谐振子, 以与振子的频率成正比的能量子  $\epsilon = h\nu$  为基本单元来吸收或发射能量. 即是说, 空腔壁上的带电谐振子吸收或发射的能量只能是  $h\nu$  的整数倍, 即  $\epsilon = nh\nu$ . 其中  $n$  为量子数, 普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

## 4. 光电效应

对某种金属来说, 只有入射光的频率大于某一频率  $\nu_0$  时, 电子才会从金属表面逸出,  $\nu_0$  称为截止频率或红限频率. 与材料有关而与光强无关.

使光电流降为零所加的反向电势差称为遏止电势差  $U_0$ , 与金属材料有关,  $U_0$  与  $\nu_0$  具有线性关系.

爱因斯坦光电效应方程  $h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$ , 其中  $W$  为逸出功, 与材料有关.

对于遏止电势差, 有  $eU_0 = \frac{1}{2}mv^2$ , 对于逸出功  $W = h\nu_0$ , 其中  $\nu_0 = \frac{W}{h}$  为截止频率.

当  $\nu > \nu_0$  时, 电子立即逸出, 无需时间积累. 光强越大, 光子数越多, 单位时间内产生的光电子数目越多, 光电流越大.

5. 由动量和能量  $E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$  关系式, 结合光子静能量  $E_0 = 0$  可知,  $E = pc$ , 即  $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ .
6. 在散射  $X$  射线中除有与入射波长相同的射线外, 还有波长比入射波长更长的射线, 这种现象叫做康普顿效应.

原因: 入射光子与散射物质中束缚的微弱电子弹性碰撞, 一部分能量传给电子, 散射光子能量减少, 频率下降, 波长变大.

康普顿波长  $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ , 康普顿公式  $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \lambda_C (1 - \cos\theta)$ .

结论:  $\Delta\lambda$  仅与  $\theta$  有关, 散射光子能量减小. 当  $\lambda_0 \gg \lambda_C$ , 则  $\lambda \approx \lambda_0$ , 可见光观察不到康普顿效应.

7. 光子能量守恒:  $h\nu + mc^2 = C$ , 光子动量守恒  $p = \frac{h\nu}{c}$ ,  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p} + m\mathbf{v}$ .
8. 氢原子光谱公式  $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$ ,  $n_f = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n_i = n_f + k$ ,  $k \in N^*$ .
9. 波尔理论三条假设: 定态假设、跃迁条件、量子化条件

波尔半径  $r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2$ ,  $n \in N^*$ . ( $r_1$  为电子第一个轨道半径, 称为波尔半径)

能量  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ , 其中电离能  $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ .

10. 德布罗意假设: 实物粒子具有波粒二象性.

$$\begin{array}{l} \text{粒子性} \\ E = mc^2 = h\nu \\ P = mv = \frac{h}{\lambda} \end{array} \quad \text{波动性}$$

德布罗意公式:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ ,  $\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$ . 满足该公式的波称为德布罗意波或物质波.

注意: 若  $v \ll c$ , 则  $m = m_0$ , 否则  $m = \gamma m_0$ .

重要例题: P354 1,2

统计解释: 在某处德布罗意波的强度与例子在该处附近出现的概率成正比, 又称为 概率波.

11. 不确定关系:  $\Delta x \Delta p_x \geq h$ , 表明: 对于微观粒子, 不能同时用确定的位置和确定的动量描述.(根源: 波粒二象性)
12. 自由粒子的平面波函数  $\Psi(x, t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - px)}$ , 称  $|\Psi|^2 = \psi\psi^*$  为概率密度, 该值越大, 粒子出现在该处的概率也越大.

归一化条件:  $\int |\Psi|^2 dV = 1$ , 满足该式的波函数叫做归一化波函数.

标准条件: 波函数必须单值、连续、有限且可以归一化.

13. 势场中一维运动粒子的定态薛定谔方程:  $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - E_p)\psi(x) = 0$ .

粒子在一维无限深方势井中的定态薛定谔方程  $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}\psi(x) = 0$ , 势井中粒子可能的能量值为

$E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$  (a为宽度), 波函数:  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a}x, 0 < x < a$ , 能量为  $E$  粒子在势阱中的概率密度为  $|\psi(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{n\pi}{a}x$ .

#### 14. 量子数

能量量子数和主量子数:  $E_n = -\frac{1}{n^2} \left( \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \right), n = 1, 2, 3, \dots, n$  为主量子数.

角动量量子化和角量子数:  $L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}, 0 \leq l \leq (n-1), l$  称为轨道角动量量子数, 简称角量子数.

空间量子化和磁量子数:  $L_{xoryorz} = m_l \frac{h}{2\pi}, 0 \leq |m_l| \leq l, m_l$  为轨道角动量磁量子数, 简称磁量子数.

电子自旋角动量  $S = \frac{\sqrt{s(s+1)}h}{2\pi}$ , 对于电子,  $s = \frac{1}{2}$ .  $S_z = m_s \frac{h}{2\pi}, m_s$  为自旋角动量磁量子数, 可能值为  $\pm \frac{1}{2}$ .